

文章编号: 1674-2974

基于等参映射与改进折半法的 公路车桥耦合分析系统

赵越, 黄平明[†], 刘修平, 韩万水, 毛旺涛
(长安大学 公路学院, 陕西 西安 710064)

摘要:针对传统全耦合车桥耦合分析计算量大、效率低的问题, 基于等参映射及改进折半法建立公路车桥耦合分析系统。采用 ANSYS 建立桥梁有限元模型, 利用 MATLAB 建立多种精细化车辆动力分析模型, 采用全过程迭代法分别求解桥梁子系统与车辆子系统。为实现车轮荷载快速自动加载, 引入四边形等参映射和改进折半查找法确定车桥接触点的插值系数和加载位置。基于弹簧-质量模型过简支梁算例及某大跨悬索桥行车试验, 将该分析系统与经典数值分析方法、实测数据以及传统的时间步迭代方法进行对比。研究结果表明, 所建立的车桥耦合分析系统具有较好的分析精度和计算效率, 迭代过程收敛速度较快, 可为高流量、高随机车辆荷载下桥梁结构空间响应分析提供参考。

关键词:桥梁; 车桥耦合分析; 有限元模型; 全过程迭代; 改进折半查找; 等参映射

中图分类号: U445.446

文献标志码: A

Highway Vehicle–bridge Interaction Analysis System Based on Isoparametric Mapping and Improved Binary Search

ZHAO Yue, HUANG Pingming[†], LIU Xiuping, HAN Wanshui, MAO Wangtao
(School of Highway, Chang'an University, Xi'an 710064, China)

Abstract: To reduce the computing work and improve the efficiency of vehicle–bridge coupling analysis when using traditional fully coupled method, a high efficiency highway vehicle–bridge interaction analysis system was established based on improved binary search and isoparametric mapping. The finite element model of the bridge was simulated using ANSYS, the multiple refined dynamic vehicles were modeled in MATLAB, and the inter-history iteration method was used to analyze the bridge subsystem and vehicle subsystem separately. The quadrilateral isoparametric mapping and improved binary search method were introduced for quick determination of interpolation coefficient and loading position of vehicle–bridge contact point to realize the quick automatic loading of wheel load. Based on the spring–mass model passing through a simply supported beam and a running test of a long–span suspension bridge, the proposed analysis system was compared with the classical numerical analysis method, measured data and traditional time step iteration method. The results show that the proposed analysis system exhibits a good computing

* 收稿日期: 2019-11-15

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51878058), National Natural Science Foundation of China(51878058); 中央高校基本科研业务费资助项目(300102219402), Fundamental Research Funds for the Central Universities(300102219402)

作者简介: 赵越(1990—), 男, 陕西宝鸡人, 长安大学博士研究生

† 通讯联系人, E-mail: hpmg@vip.sina.com

efficiency and accuracy and rapid convergence, which can provide a reference for the bridge spatial response analysis under large and highly random traffic flow.

Key words: bridge; vehicle–bridge interaction analysis; finite element model; inter-history iteration; improved binary search; isoparametric mapping

车桥间的耦合作用不仅会影响到桥梁结构的安全性和适用性，还会影响行车安全和舒适性。近年来，桥梁结构形式的多样化、汽车速度和载重的不断加大使得车桥之间的相互作用愈发复杂和不确定，车桥耦合振动问题受到了国内外学者的广泛关注^[1-4]。

车桥耦合振动的分析方法主要包括 3 种：解析法、试验研究法和数值模拟法^[5]。解析法虽然是理论推导，比较严谨，但当桥梁几何特征和材料特性有限制条件时，在方程建立过程中不可避免地要对实际条件进行简化，而且有些复杂方程无法得到解析解，所以解析法在实际工程中运用有一定的局限性^[6]。试验法虽然能客观且综合地反映桥梁在车辆动载作用下的实际工作情况，但由于人力、物力消耗较大且操作难度高，实现起来并不经济。目前数值模拟凭借易实现、低成本等特点已成为车桥耦合振动的主要分析手段。早期的数值模拟法大多是基于 Visual C++ 或 Visual Fortran 的自主研发分析系统^[7-8]，以自编的程序计算桥梁系统的响应。随着各种大型通用商业有限元分析软件的开发，其前处理模块中，桥梁上、下部结构和附属结构等均可选用不同的单元类型来模拟，在求解过程中也能兼顾结构的几何非线性和材料非线性，以此为基础的各种数值方法^[9-13]成为模拟分析车桥耦合振动问题的行之有效的工具。

基于数值方法进行车桥耦合分析系统编制主要包括基于模态叠加法及基于全耦合理论两种^[14]。相比于后者，模态叠加法简单实用，但结构高阶模态的提取较难，分析结果的精度易受影响^[15]。基于全耦合方法的车桥耦合分析物理意义明确，分析精度相对较高，但由于车辆对桥梁结构每一时步的加载求解均需借助复杂的迭代过程，故分析效率相对较低，尤其是在分析高流量、高随机车流作用下大跨径桥梁的结构动力响应问题时，将面临较高的时间成本问题^[16]，因此提高车桥耦合分析运算效率已成为当前国内外学者的一个研究方向^[17]。例如张楠等^[18]提出了基于全过程迭代的车桥耦合动力分析方法，可通过人为干预促进计算收敛，相比传统的时间步迭代方法，总求

解次数大幅减少。李岩等^[19]提出了一种维度时变的随机车流与桥梁耦合振动分析方法，使得振动方程单步的求解维度降低，既保持了整体法计算稳定的特点，又有效提高了计算效率。Chen 等^[20]则通过将随机车流等效为移动荷载列的方法，达到了降低计算成本的目的。总体来看，车桥耦合分析系统可以从桥梁模型、荷载模型以及计算方法上进行优化。

本文以优化确定车桥接触点的插值系数和加载位置为出发点，引入了四边形等参映射和改进折半查找法提高公路车桥耦合分析系统的计算效率。首先，采用 MATLAB 语言建立公路桥梁典型车辆动力分析模型，基于 ANSYS 建立桥梁有限元模型；其次，采用全过程迭代法分别求解得到桥梁和车辆的运动状态，通过程序间的接口调用施加车桥间作用力，期间引入四边形等参映射和改进折半查找法并控制时步输出结果以提高车桥耦合运算效率；最后通过经典数值算例和实桥应用对比验证所建立的分析系统的准确性和实用性。

1 基于等参映射与改进折半法的车桥耦合分析系统建立

1.1 车辆模型

汽车车辆一般由车体、车轮等构件以及连接这些构件的减震系统、悬挂系统组成，根据车桥耦合振动分析的需要对车辆模型进行简化，将车辆模拟为刚体的组合，刚体之间通过轴质量块、弹簧元件和阻尼元件相互连接，不同车型所对应的车辆动力分析模型不同。根据课题组前期研究成果，目前公路常见车辆按照车辆轴数、轮数、轴距、轴重等数据可划分为 5 大类，17 个车型^[21-23]。采用 MATLAB 语言，针对 17 种车型分别建立相应的车辆动力分析模型。

在车辆动力分析模型建立过程中，车辆被划分为不同的刚体部件，如车体、车轮等。空间内单一刚体具有 3 个方向的平动和 3 个方向的转动自由度。在车辆匀速直线前进时，刚体部件沿着车辆前进方

向的振动对桥梁的竖向及横向振动影响不大, 因此各刚体沿车体运动方向的自由度可忽略, 此时车体具有 5 个自由度: 竖向、横向、点头、侧滚和摇头, 每个车轮具有横向和竖向 2 个自由度, 拖挂式车型不考虑横移和摇头这 2 个自由度, 每个车体具有浮沉、点头及侧滚 3 个自由度, 每个车轮只有竖移一个自由度。

图 1 以三轴车(双后轴)为例, 给出了相应的动

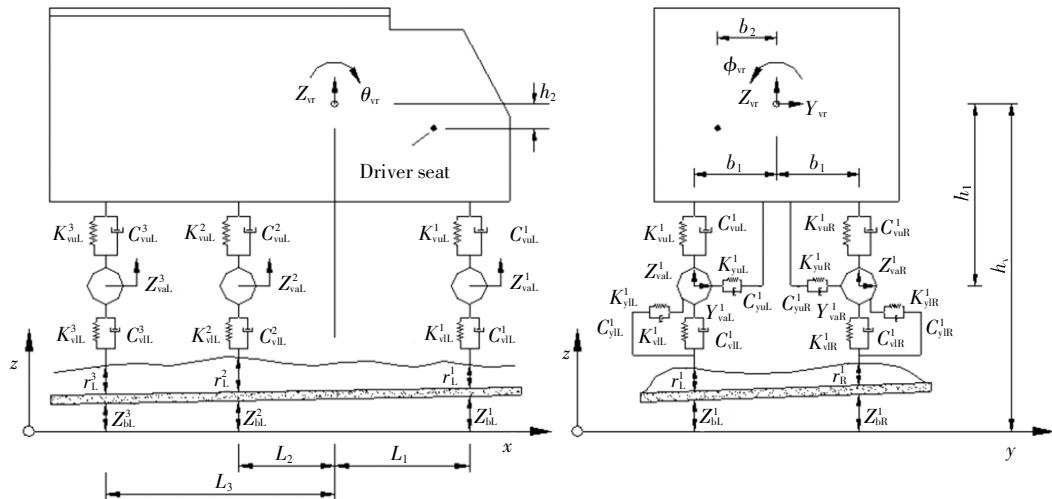


图 1 三轴车动力分析模型

Fig.1 Dynamic analysis model of three axle vehicle

1.2 车桥运动方程及求解策略

车桥耦合系统的动力方程可表示为:

$$\begin{cases} \mathbf{M}_v \ddot{\mathbf{Z}}_v + \mathbf{C}_v \dot{\mathbf{Z}}_v + \mathbf{K}_v \mathbf{Z}_v = \mathbf{F}_v, \\ \mathbf{M}_b \ddot{\mathbf{Z}}_b + \mathbf{C}_b \dot{\mathbf{Z}}_b + \mathbf{K}_b \mathbf{Z}_b = \mathbf{F}_b. \end{cases} \quad (1)$$

式中: \mathbf{M}_v 、 \mathbf{C}_v 、 \mathbf{K}_v 分别为车辆系统的总体质量矩阵、总体阻尼矩阵及总体刚度矩阵; \mathbf{M}_b 、 \mathbf{C}_b 、 \mathbf{K}_b 分别为桥梁系统的总体质量矩阵、总体阻尼矩阵及总体刚度矩阵; \mathbf{Z}_v 、 \mathbf{Z}_b 分别为车辆、桥梁系统的位移向量; \mathbf{F}_v 、 \mathbf{F}_b 分别为车辆、桥梁系统的荷载向量。

在车辆运行过程中, 假设车轮始终与桥面接触, 桥梁振动引起的桥梁竖向位移将引起车辆减震系统、悬挂系统的变形, 且路面粗糙度也是车桥耦合体系的主要激励源之一, 因此车桥系统之间的相互作用力既是车辆和桥梁系统运动状态 Z_v 、 Z_b 的函数, 也是路面粗糙度 R_a 的函数, 则车桥耦合系统的运动方程可进一步表示为:

$$\begin{cases} \mathbf{F}_v = F_{vi}(Z_v, \dot{Z}_v, \ddot{Z}_v, Z_b, \dot{Z}_b, \ddot{Z}_b, R_a), \\ \mathbf{F}_b = F_{bi}(Z_v, \dot{Z}_v, \ddot{Z}_v, Z_b, \dot{Z}_b, \ddot{Z}_b, R_a). \end{cases} \quad (2)$$

联立式(1)与(2), 对车辆与桥梁两个子系统建立耦合关系。采用全过程迭代法分别求解桥梁子系

力分析模型立面及侧面图。其中, K_i^j 、 C_i^j 分别表示第 i 个轴的弹簧刚度和阻尼, $i = 1, 2, 3, j = vuL, yuL, vIL, yIL$, 表示第 i 个轴的竖向和侧向对应的上层和下层位置, Z_{vr} 、 Y_{vr} 、 θ_{vr} 、 ϕ_{vr} 、 φ_{vr} 分别表示车体的竖向、横向、点头、侧滚和摇头位移。 L_i 表示第 i 个轴距离车体质心处的长度, Z_{vaL}^i 和 Z_{vaR}^i 分别表示第 i 个轴左、右轮的竖向位移, r_L^i 、 r_R^i 和 Z_{blL}^i 、 Z_{blR}^i 分别表示第 i 个轴左、右轮位置处的路面粗糙度和桥面处的竖向位移。

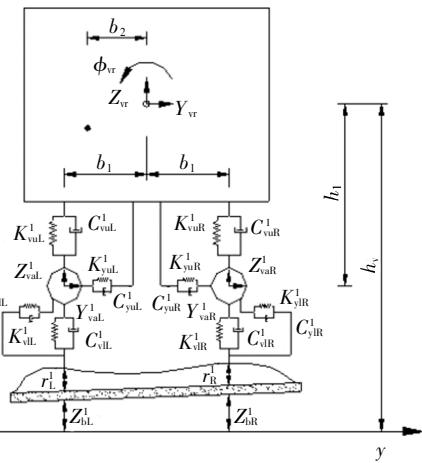


图 1 三轴车动力分析模型

统和车辆子系统, 主要迭代过程通过 MATLAB 编制相应运算程序予以实现, 期间由基于 ANSYS 的桥梁有限元模型及相应分析过程提供响应输出, 具体流程如图 2 所示, 收敛准则定义为 $\| F_v^i - F_v^{i-1} \| < 0.1$ 。全过程迭代法每一步均为全时程计算, 具有思路清晰明确、易于操作、计算准确、占用内存少等优点。

1.3 基于等参映射的接触点荷载分配

目前桥梁结构桥面模拟有限元模型多为梁格模型、实体或板壳单元模型, 车轮荷载一般简化为集中力并分配至相邻 4 个节点, 如图 3 所示。在二维平面内四边形荷载分担方式与位移插值函数一致。当车轮荷载作用于某一位置 (x, y) 时, 相应的等参映射关系如图 4 所示。

坐标映射关系为:

$$\begin{cases} x = \sum_{i=1}^4 N_i(\xi, \eta) x_i, \\ y = \sum_{i=1}^4 N_i(\xi, \eta) y_i, \\ N_i(\xi, \eta) = \frac{1}{4} (1 + \xi \xi_i)(1 + \eta \eta_i). \end{cases} \quad (3)$$

式中: x, y 是车轮荷载与桥面接触点坐标; x_i, y_i 分别为四边形单元的第 i 个节点的横、纵位置; ξ, η 为 x, y 映射到母单元的值; ξ_i, η_i 分别为母单元的第 i 个节点的横、纵位置,是已知量; $N_i(\xi, \eta)$ 为等参映射点 (ξ, η) 的函数^[24];函数值 N_i 为四边形单元的第 i 个节点的荷载分配系数.

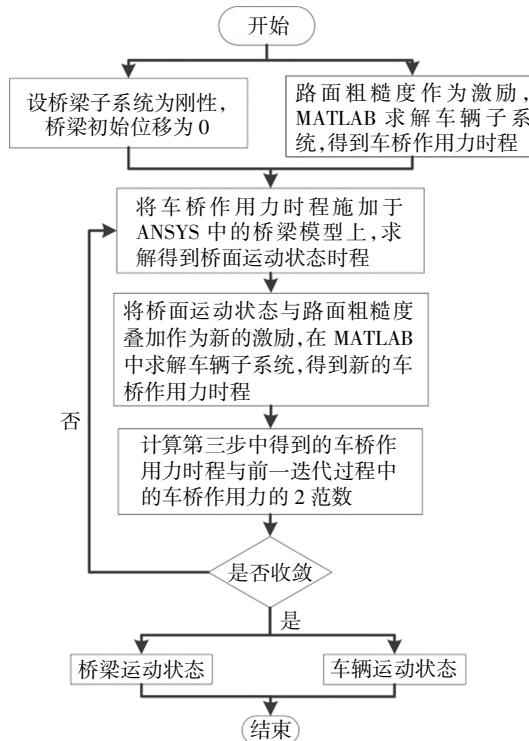


图 2 全过程迭代法流程

Fig.2 Inter-history iteration flow chart

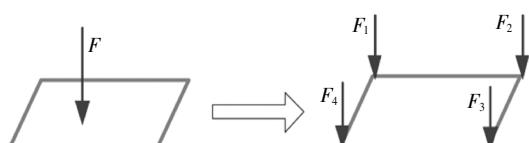


图 3 接触点荷载分配

Fig.3 Distribution of contact point load

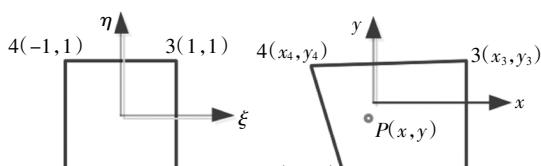


图 4 等参映射

Fig.4 Isoparametric mapping

双线性方程组(3)的未知量 ξ 和 η 可通过牛顿迭代法^[25]求解,进而计算出分配系数 N_i ,实现车轮荷载的自动加载. 迭代过程为:

$$\begin{bmatrix} \xi^{k+1} \\ \eta^{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \xi^k \\ \eta^k \end{bmatrix} - J(\xi^k, \eta^k)^{-1} \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^4 N_i(\xi^k, \eta^k) x_i - x \\ \sum_{i=1}^4 N_i(\xi^k, \eta^k) y_i - y \end{bmatrix},$$

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\sum_{i=1}^4 N_i(\xi, \eta) x_i \right] & \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\sum_{i=1}^4 N_i(\xi, \eta) x_i \right] \\ \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\sum_{i=1}^4 N_i(\xi, \eta) y_i \right] & \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\sum_{i=1}^4 N_i(\xi, \eta) y_i \right] \end{bmatrix}.$$
(4)

式中: J 为雅克比矩阵; ξ^k, η^k 分别为第 k 次迭代的计算值. 当 $\left\| \begin{bmatrix} \xi^{k+1} - \xi^k \\ \eta^{k+1} - \eta^k \end{bmatrix} \right\| < \varepsilon$ 时, 则停止迭代, 迭代误差 ε 取值 10^{-8} .

1.4 基于改进折半法的快速加载

为实现车轮荷载的快速自动加载, 需定位临近 4 个节点的位置信息, 折半查找法作为一种在有序数组中查找某一特定元素的搜索算法, 通过不断将查找范围减半提高搜索效率, 本文将折半法查找确定值的思想扩展到查找车轮作用区间范围上. 折半查找的前提条件是必须将搜索目标范围排成有序数列, 虽然折半查找效率高, 但排序本身又增加了一定工作量. 桥梁结构模型的特点决定了同一计算过程中, 主梁节点一经确定便不再改动, 因此全部计算过程仅需一次排序, 后续所有车轮作用范围的确定均可直接使用, 从全局角度考虑可有效提高查找效率.

以车轮纵向加载点 x 处的临近坐标定位为例, 横向加载点 y 处临近点查找与之类似, 查找流程如图 5 所示, 具体步骤如下:

1) 导入 ANSYS 模型中待求车辆所在车道上全部单元的节点坐标, 按照升序排列形成一维矩阵 t .

2) 初始化: 计算一维矩阵的大小确定 $last$, 令 $front = 1$.

3) 计算 $mid = \text{round}((front+last)/2)$, round 表示四舍五入.

4) 如果 $mid = last$, 那么查找结束, 车轮 x 处于一维矩阵 t 的上限位置是 mid , 下限位置是 $mid-1$. 否则, 判断车轮 x 的值是否介于一维矩阵 t 的 $front$ 和 mid 位置之中, 若是, 则令 $last = mid$, 否则令 $front = mid$.

5) 继续步骤 3), 直到 $mid = last$.

确定车轮荷载作用点的临近 4 个节点后, 通过牛顿迭代法求解方程(3), 继而可得到每个节点处的插值系数, 从而确定荷载分配值. 为减少车桥耦合计算工作量和提高程序运行效率, 仅将荷载作用点的

位移和速度输出, 利用已知的插值系数计算出车轮处的速度和位移, 用于车桥作用力的求解中。

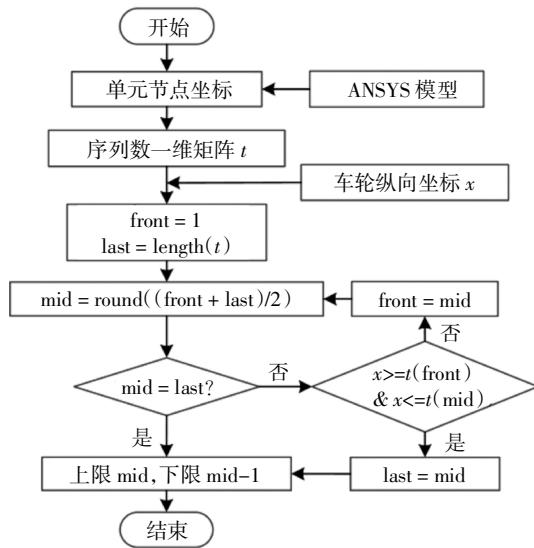


图 5 改进折半查找法流程

Fig.5 Improved half search algorithm flow

2 数值算例验证

为初步验证本文建立的车桥耦合分析系统的准确性, 首先基于数值分析算例进行对比。由于复杂桥梁的数值分析结果较难得到, 故以经典的单自由度弹簧-质量模型通过简支梁桥为例, 将所建立系统分析结果与文献[26-27]分析结果进行比较。算例信息如图 6 所示, 简支梁全长 25 m, 桥梁有限元模型由 100 个 BEAM4 单元组成, 截面惯性距 2.9 m^4 , 弹性模量 $2.87 \times 10^9 \text{ kN/m}^2$, 线密度 $2303 \times 10^3 \text{ kg/m}$, 泊松比 0.2, 车辆质量 5.75 t, 弹簧刚度 $1595 \times 10^3 \text{ N/m}$, 移动速度 $v = 27.78 \text{ m/s}$, 不考虑阻尼和路面不平整度。

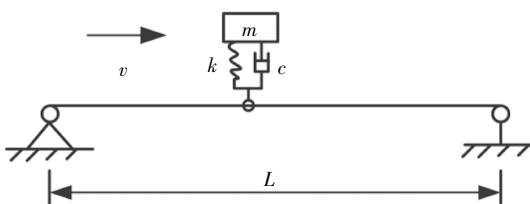


图 6 单自由度车辆通过简支梁桥模型

Fig.6 Vehicle of single degree of freedom passing through simply supported beam

桥梁基频有限元计算值 4.779 Hz, 理论值 4.78 Hz, 二者非常接近。桥梁的跨中挠度时程曲线及车辆竖向位移时程曲线如图 7 和图 8 所示, 车辆竖向加速度时程曲线如图 9 所示, 车桥接触力时程曲线如图 10 所示。根据结果可知, 采用本文方法计算的曲

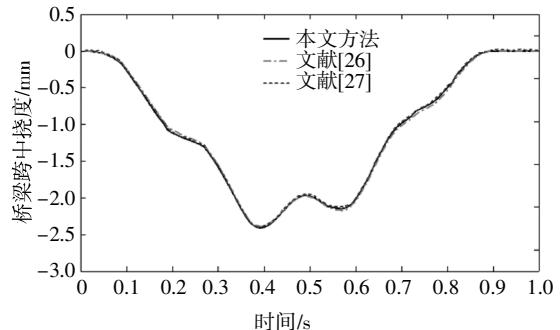


图 7 桥梁跨中挠度时程曲线

Fig.7 Deflection time history curve of bridge mid-span

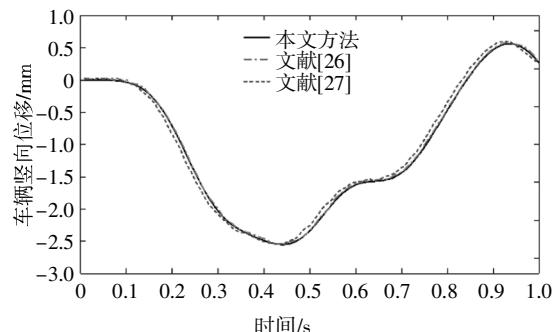


图 8 车辆竖向位移时程曲线

Fig.8 Vertical displacement time history curve of vehicle

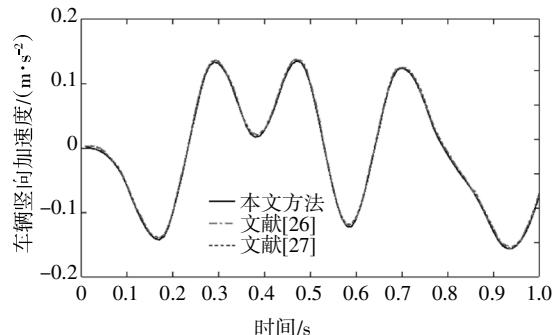


图 9 车辆竖向加速度时程曲线

Fig.9 Vertical acceleration time history curve of vehicle

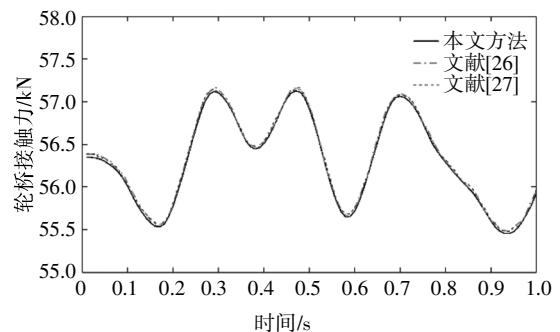


图 10 车桥接触力时程曲线

Fig.10 Vehicle-bridge contact force time history curve

线与文献[26-27]中的曲线吻合良好。车辆竖向加速度时程曲线与车桥接触力时程曲线变化趋势相同,初步说明所建立分析系统的分析精度满足基本要求。

3 实桥验证与应用

3.1 桥梁信息

四渡河大桥是沪蓉国道主干线湖北宜昌至恩施高速公路的控制性工程,是一座主跨 900 m 的钢桁梁悬索桥。主梁总宽度为 26.0 m,桥面净宽为 24.5 m,采用双向四车道布置,单向 2.41%纵坡。加劲梁由主桁架、上下平联、横向桁架组成,主桁架采用华伦式钢桁加劲梁。为了减小主梁与主缆相对运动导致的吊杆弯曲应力,桥梁的跨中位置设置刚性中央扣以减弱单向纵坡带来的影响。桥梁信息如图 11 所示。

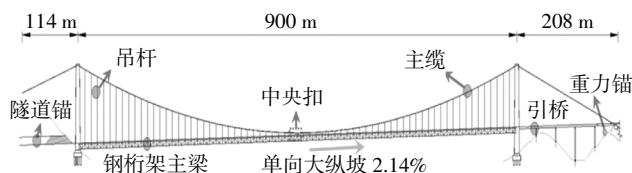


图 11 四渡河大桥侧面(单位:m)

Fig.11 Side view of Siduhe bridge (unit:m)

基于梁格理论采用 ANSYS 建立该桥梁有限元模型,模型建立过程中,将车道所处的桥面等效为 4 根纵梁,纵梁、弦杆、腹杆等用 BEAM4 单元模拟,主缆、吊索用 LINK10 单元模拟。为保证模型的准确性,已根据模态实测数据对初始有限元模型进行了修正^[28]。根据已有研究成果,新建高速公路桥梁桥面不平整度基本为 ISO 标准中的 A 级路面^[29-30]。因此,根据相关标准参数生成如图 12 所示的路面不平整度。

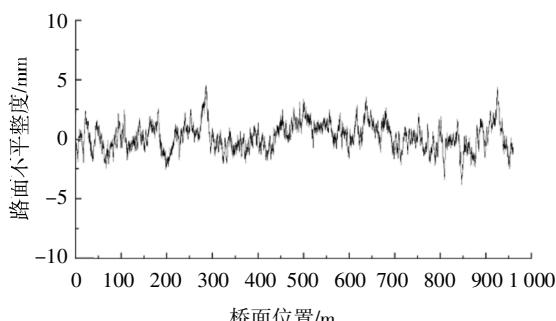


图 12 路面不平整度

Fig.12 Road surface roughness

3.2 基于实测数据的分析系统验证

进一步采用该桥梁对所建立的分析系统开展验证工作,首先设置车辆过桥测试工况,具体工况信息包括:1) 两辆三轴卡车以 20 km/h 车速匀速过桥;2) 两辆三轴卡车以 50 km/h 车速匀速过桥。测试工况中车辆行驶位置及动应变测点如图 13 所示,动应变测点布设于中央扣处主桁上弦杆上。两辆三轴车所对应的车辆动力模型参数及质量参数如表 1 所示^[31]。

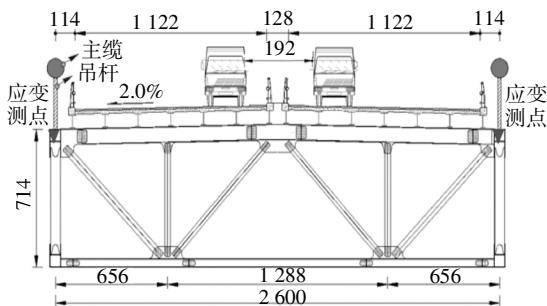


图 13 行车试验示意图(单位:cm)

Fig.13 Diagram of running test (unit:cm)

表 1 车辆技术参数

Tab.1 Vehicle technical parameters

车辆 模型	车轴	轴重 /kg	上层刚度	上层阻尼	下层刚度	下层阻尼
			系数 /(kN·m ⁻¹)	系数 /(kN·s·m ⁻¹)	系数 /(kN·m ⁻¹)	系数 /(kN·s·m ⁻¹)
前轴	8 000	1 577	26.6	3 146	22.4	
三轴车 中轴	13 500	2 362	20	2 362	33.4	
后轴	13 500	2 362	20	2 362	33.4	

采用基于等参映射与改进折半法所建立的车桥耦合分析系统对上述两个测试工况进行分析,并提取与测点位置相应单元的应变信息,实测结果与理论分析结果的对比如图 14、图 15 所示。由图 14 和图 15 可知,基于所建立车桥耦合分析系统所得到的分析结果能够与实测结果良好地吻合,20 km/h 和 50 km/h 车速下跨中应变峰值误差分别为 1.3% 和 0.31%,说明所建立的车桥耦合分析系统分析精度能够满足要求。应变峰值出现误差不同的主要原因在于行车试验有一定的随机性,车桥耦合分析计算中将试验车辆车速确定为一个定值,但实际车辆难以精确保持在预定车速,并且车辆在桥上的运行位置亦会产生轻微的变化,对结构的振动响应产生影响,因此导致出现应变峰值误差不同的情况。

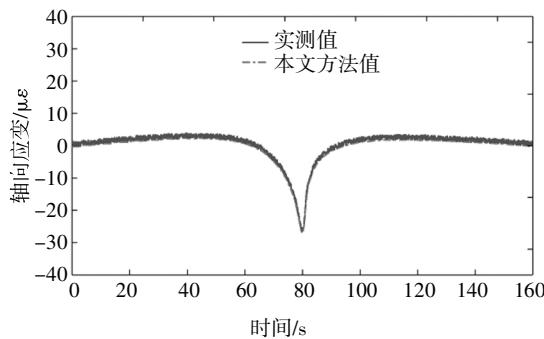


图 14 20 km/h 车速下动应变曲线

Fig.14 Dynamic strain under 20 km/h

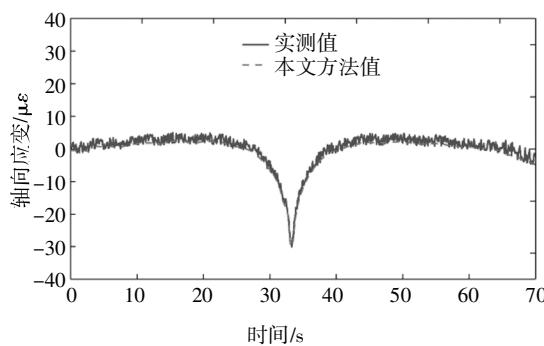


图 15 50 km/h 车速下动应变曲线

Fig.15 Dynamic strain under 50 km/h

3.3 计算效率分析

图 16 给出了本文所建立分析系统在上述 2 个测试工况下的迭代进程, 可见, 尽管 2 种车速下所建立分析系统在初始阶段迭代收敛误差很大, 但经过 3 次迭代后迅速下降, 能够在第 6 次迭代后达到收敛状态。为进一步分析该分析系统在求解过程中对分析效率的提升情况, 现针对算例采用基于时间步迭代的传统分析方法与本文分析方法进行对比, 计算 2 辆卡车以 60 km/h 车速双车并行工况下结构的响应。由于本文所提出方法优势在于占用系统计算资源少, 为体现本文方法相比传统方法提升效果, 选取在相同计算机配置情况下 2 种方法计算时长作为体现计算效率的指标。全部计算采用常规办公用计算机, 主要配置为处理器 6 核 6 线程, 主频 2.8 GHz, 内存 8 GB。

首先对比两种方法所得到的桥梁跨中竖向加速度和位移响应, 如图 17 所示。可知基于时间步迭代的传统分析方法与本文方法所得结果基本相同。加速度及位移变化趋势基本一致, 峰值相对误差分别为 0.1% 和 0.22%。

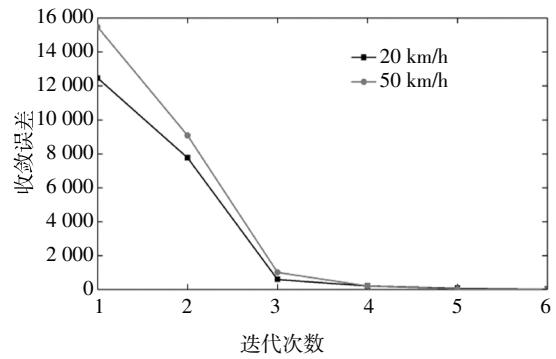
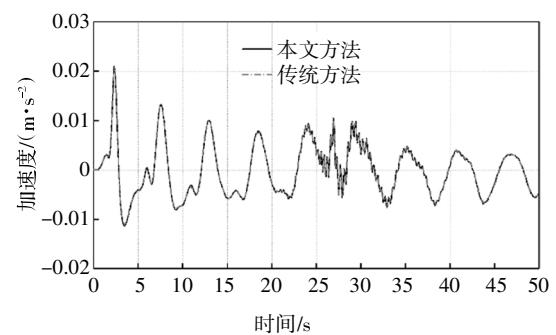
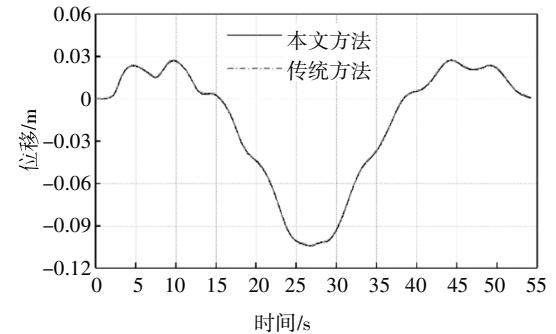


图 16 不同车速下迭代次数

Fig.16 Number of iterations under different speeds



(a) 竖向加速度响应



(b) 竖向位移响应

图 17 跨中动力响应比较

Fig.17 Comparison of mid-span dynamic responses

表 2 给出了两种分析方法计算耗时信息。可见两种方法总时间步均为 543, 总迭代次数相仿, 但本文方法通过结合全过程迭代, 引入等参映射及改进折半法, 实现了车轮作用点临近节点快速定位及自动加载, 在保证计算精度的同时, 较传统方法求解总耗时减少了 42.5%。尽管对于当前目标结构, 计算总耗时并不很长, 但该分析方法对于进一步进行高强度随机车流下桥梁结构空间动力响应分析具有积极意义, 可有效减少高流量及高随机车辆荷载作用时的计算耗时, 有较高的计算效率。

表 2 计算效率对比

Tab.2 Comparison of computational efficiency

方法	总时间步	总迭代次数	总耗时/s
本文方法	543	3 258	853
传统方法	543	3 261	1 483

4 结 论

针对基于传统全耦合理论开展公路车桥耦合分析效率偏低的问题，在车桥耦合分析系统建立过程中引入等参映射进行荷载分配，利用改进折半法实现车轮荷载快速加载。借助弹簧-质量模型通过简支梁的数值算例对所建立分析系统的准确性进行了初步验证，根据特定测试工况下的实桥响应对所建立分析系统的准确性作了进一步验证，并对分析过程中的迭代进程、分析耗时等问题与传统分析方法进行了对比，得到以下结论：

1) 数值算例验证结果显示，基于所建立的分析系统所得到的分析结果与经典数值分析结果基本一致，初步说明引入等参映射及改进折半法建立公路车桥耦合分析系统的可行性。

2) 四渡河大桥 2 个测试工况实测与仿真结果对比显示，20 km/h 和 50 km/h 车速下跨中应变峰值误差分别为 1.3% 和 0.31%。所建立车桥耦合分析系统收敛速度较快，且得到的分析结果能够与实测结果良好地吻合，进一步验证了所建立的公路车桥耦合分析系统的准确性。

3) 依托工程实例将所提出的分析方法与传统分析方法进行比较，分析结果显示本文所提出方法相比传统方法计算结果基本保持一致，计算耗时明显减少，具有较高的计算效率，对后续高强度高随机车流下的公路车桥耦合分析具有很好的应用价值。

参考文献

- [1] 谢青, 韩万水, 刘修平, 等. 基于模型修正的实体车-桥耦合分析系统建立及验证[J]. 中国公路学报, 2018, 31(7):126—136.
XIE Q, HAN W S, LIU X P, et al. Development and validation of solid vehicle-bridge interaction analysis system based on model updating [J]. China Journal of Highway and Transport, 2018, 31(7): 126—136. (In Chinese)
- [2] 殷新锋, 邓露. 随机车流作用下桥梁冲击系数分析[J]. 湖南大学学报(自然科学版), 2015, 42(9):68—75.
YIN X F, DENG L. Impact factor analysis of bridges under random traffic loads [J]. Journal of Hunan University (Natural Sciences), 2015, 42(9):68—75. (In Chinese)
- [3] YU Y, DENG L, WANG W, et al. Local impact analysis for deck slabs of prestressed concrete box-girder bridges subject to vehicle loading[J]. Journal of Vibration and Control, 2017, 23(1):31—45.
- [4] YU Y, CAI C S, DENG L. Vehicle axle identification using wavelet analysis of bridge global responses [J]. Journal of Vibration and Control, 2017, 23(17):2830—2840.
- [5] 夏禾, 张楠, 郭薇薇, 等. 车桥耦合振动工程[M]. 北京: 科学出版社, 2014:30—32.
XIA H, ZHANG N, GUO W W, et al. Coupling vibrations of train-bridge system [M]. Beijing: Science Press, 2014:30—32. (In Chinese)
- [6] 桂水荣, 陈水生, 赵辉, 等. 基于 LS-DYNA 公路桥梁车桥耦合振动模型[J]. 公路交通科技, 2013, 30(7):40—45.
GUI S R, CHEN S S, ZHAO H, et al. Model of highway bridge subjected to vehicle-bridge coupling vibration based on LS-DYNA [J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2013, 30(7):40—45. (In Chinese)
- [7] 韩万水. 风-汽车-桥梁系统空间耦合振动研究[D]. 上海: 同济大学土木工程学院, 2006:71—75.
HAN W S. Three-dimensional coupling vibration of wind-vehicle-bridge system [D]. Shanghai: College of Civil Engineering, Tongji University, 2006:71—75. (In Chinese)
- [8] 李永乐. 风-车-桥系统非线性空间耦合振动研究[D]. 成都: 西南交通大学土木工程学院, 2003:95—98.
LI Y L. Nonlinear three-dimensional coupling vibration of wind-vehicle-bridge system [D]. Chengdu: School of Civil Engineering, Southwest Jiaotong University, 2003:95—98. (In Chinese)
- [9] CAI C S, CHEN S R. Framework of vehicle-bridge-wind dynamic analysis [J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 2004, 92(7):579—607.
- [10] 施颖, 田清勇, 宋一凡, 等. 基于 ANSYS 的公路桥梁车桥耦合振动响应数值分析方法[J]. 公路, 2010(3):66—70.
SHI Y, TIAN Q Y, SONG Y F, et al. Numerical analysis method for vehicle bridge coupling vibration response of highway bridge based on ANSYS [J]. Highway, 2010(3):66—70. (In Chinese)
- [11] NGUYEN K, FREYTAG B, RALBOVSKY M. Assessment of serviceability limit state of vibrations in the UHPFRC-Wild bridge through an updated FEM using vehicle-bridge interaction [J]. Computers & Structures, 2015, 156:29—41.
- [12] 韩万水, 陈艾荣. 随机车流下的风-汽车-桥梁系统空间耦合振动研究[J]. 土木工程学报, 2008, 41(9):97—102.
HAN W S, CHEN A R. Three-dimensional coupling vibration of wind-vehicle-bridge systems under random traffic flow [J]. China Civil Engineering Journal, 2008, 41(9):97—102. (In Chinese)
- [13] 朱志辉, 徐智伟, 程玉莹, 等. 基于精细有限元法的车致大跨度斜拉桥整体及局部振动研究[J]. 湖南大学学报(自然科学版), 2018, 45(1):9—18.
ZHU Z H, XU Z W, CHENG Y Y, et al. Research on global and local vibration of long-span cable-stayed bridge induced by passing train based on fine finite element method [J]. Journal of Hunan Univer-

- sity (Natural Sciences), 2018, 45(1):9—18. (In Chinese)
- [14] 李小珍, 张黎明, 张洁. 公路桥梁与车辆耦合振动研究现状与发展趋势 [J]. 工程力学, 2008, 25(3):230—240.
- LI X Z, ZHANG L M, ZHANG J. State of the art review and trend of studies on coupling vibration for vehicle and highway bridge system [J]. Engineering Mechanics, 2008, 25(3):230—240. (In Chinese)
- [15] ZOU Q, DENG L, GUO T, et al. Comparative study of different numerical models for vehicle–bridge interaction analysis [J]. International Journal of Structural Stability and Dynamics, 2016, 16(9): 1636—1643.
- [16] 陈代海, 李整, 刘琼, 等. 公路桥梁 2 种车桥耦合振动分析方法的对比研究 [J]. 铁道科学与工程学报, 2017, 14(7):1449—1456.
- CHEN D H, LI Z, LIU Q, et al. Comparative research on two analysis methods for vehicle–bridge coupling vibration of highway bridges [J]. Journal of Railway Science and Engineering, 2017, 14 (7): 1449—1456. (In Chinese)
- [17] 朱志辉, 王力东, 龚威, 等. 基于改进迭代模型的车–桥耦合系统竖向随机振动研究 [J]. 湖南大学学报(自然科学版), 2016, 43(11):120—130.
- ZHU Z H, WANG L D, GONG W, et al. Study on vertical random vibration of train–bridge coupled system based on improved iteration model [J]. Journal of Hunan University (Natural Sciences), 2016, 43(11):120—130. (In Chinese)
- [18] 张楠, 夏禾. 基于全过程迭代的车桥耦合动力系统分析方法 [J]. 中国铁道科学, 2013, 34(5):32—38.
- ZHANG N, XIA H. A vehicle–bridge interaction dynamic system analysis method based on inter–system iteration [J]. China Railway Science, 2013, 34(5):32—38. (In Chinese)
- [19] 李岩, 吴志文, 蔡明, 等. 一种随机车流与桥梁耦合振动的分析方法 [J]. 哈尔滨工业大学学报, 2018, 50(3):52—58.
- LI Y, WU Z W, CAI M, et al. An analysis method for coupled vibration random traffic flow and bridge [J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2018, 50(3):52—58. (In Chinese)
- [20] CHEN S R, WU J. Dynamic performance simulation of long–span bridge under combined loads of stochastic traffic and wind [J]. Journal of Bridge Engineering, 2010, 15(3):219—230.
- [21] 韩万水, 马麟, 汪炳, 等. 随机车流–桥梁系统耦合振动精细化分析与动态可视化 [J]. 中国公路学报, 2013, 26(4):78—87.
- HAN W S, MA L, WANG B, et al. Refinement analysis and dynamic visualization of traffic–bridge coupling vibration system [J]. China Journal of Highway and Transport, 2013, 26(4):78—87. (In Chinese)
- [22] 王涛. 高速公路桥梁交通荷载调查分析及仿真模拟 [D]. 西安: 长安大学公路学院, 2010:22—25.
- WANG T. Investigation statistics and simulation for random traffic loading of expressway bridge [D]. Xi'an: School of Highway, Chang'an University, 2010:22—25. (In Chinese)
- [23] 院素静. 公路车–桥耦合典型车辆运动方程的建立及软件设计 [D]. 西安: 长安大学公路学院, 2012:9—13.
- YUAN S J. Development and programing of typical vehicles equation of motion for coupling vibration between highway bridge and vehicles [D]. Xi'an: School of Highway, Chang'an University, 2012: 9—13. (In Chinese)
- [24] 易晓山, 任钧国, 周建平. 一种精确积分的四边形四结点等参单元 [J]. 国防科技大学学报, 1998, 20(1):1—4.
- YI X S, REN J G, ZHOU J P. An accurately integrated 4-node quadrilateral element [J]. Journal of National University of Defense Technology, 1998, 20(1):1—4. (In Chinese)
- [25] 张德丰. MATLAB 数学实验与建模 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2014:264—269.
- ZHANG D F. MATLAB mathematical experiment and modeling [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2014: 264—269. (In Chinese)
- [26] BOWE C J, MULLARKEY T P. Wheel–rail contact elements incorporating irregularities [J]. Advances in Engineering Software, 2005, 36(11):827—837.
- [27] 杨建荣, 李建中, 范立础. 基于 ANSYS 的车桥耦合振动分析 [J]. 计算机辅助工程, 2007, 16(4):23—26.
- YANG J R, LI J Z, FAN L C. Analysis on vehicle–bridge coupling vibration based on ANSYS [J]. Computer Aided Engineering, 2007, 16(4):23—26. (In Chinese)
- [28] 汪炳. 双向多车道随机车流作用下大跨钢桁梁悬索桥空间动力行为研究 [D]. 西安: 长安大学公路学院, 2011:30—36.
- WANG B. Spatial dynamic behavior of long–span steel truss girder suspension bridge under two–way multi–lane stochastic traffic flow [D]. Xi'an: School of Highway, Chang'an University, 2011:30—36. (In Chinese)
- [29] 杨果岳. 车辆随机荷载与柔性路面相互作用的研究 [D]. 长沙: 中南大学土木建筑学院, 2007:19—22.
- YANG G Y. Study on the interaction of vehicle random loads and flexible pavement [D]. Changsha: School of Civil Engineering, Central South University, 2007:19—22. (In Chinese)
- [30] ISO 8608:1995 Mechanical vibration—road surface profiles—reporting of measured data [S]. Geneva: International Standard Organization, 1995:14—21.
- [31] 韩万水. 重载交通动态过桥可视化仿真与安全评价 [M]. 北京: 人民交通出版社, 2016:64—65.
- HAN W S. Visual simulation and safety evaluation of heavy traffic dynamic bridge [M]. Beijing: China Communication Press, 2016: 64—65. (In Chinese)