

# 挡墙后有限宽度土体土拱效应分析及土压力计算方法

杨明辉<sup>†</sup>,吴志勇,赵明华

(湖南大学 岩土工程研究所 湖南 长沙 410082)

**摘要** 重点分析了在墙后填土宽度较小情况下,墙后土体土拱效应的形成机理,并假定小主应力拱为圆弧线,考虑挡墙与土体摩擦点的极限平衡条件,导得了大小主应力的偏转角表达式。在此基础上,考虑刚性挡墙平动变位模式情况,结合水平微分单元法,建立了墙后有限宽度土体的主动土压力合力及强度的理论表达式。与室内试验数据及前人方法的对比表明,该方法得到的土压力值具有较好合理性。最后,分析了不同填土宽高比  $n$  下的主动土压力分布规律。结果表明,主动土压力随  $n$  增加而逐渐增加,但  $n$  达到 0.5 后于稳定,该值可作为墙后土体有限宽度的界限值。

**关键词** 主动土压力;有限土体;土拱效应;曲线滑裂面;水平微分单元法

中图分类号:U560.4540

文献标志码:A

## Soil Arch Effect Analysis and Earth Pressure Calculating Method for Finite Width Soil behind Retaining Wall

YANG Minghui<sup>†</sup>, WU Zhiyong, ZHAO Minghua

(Geotechnical Institute of Hunan University, Changsha 410082, China)

**Abstract** The formation mechanism of soil arching effect behind the retaining wall was significantly analyzed in the case of limited backfill width. It is assumed that the small principal stress arch is circular arc. Considering the limit equilibrium condition of the friction point between the retaining wall and the soil, the expression of the deflection angle of the large and small principal stress was derived. On this basis, considering the translational displacement mode of rigid retaining wall and the horizontal differential element method, the theoretical expressions of active earth pressure resultant force and intensity distribution of finite width soil behind the wall were established. Comparison with laboratory test data and previous methods indicates that the earth pressure value obtained by this method has preferably rationality. Finally, the distribution of the active earth pressure was analyzed under different ratios  $n$  of the width to height of the backfill. The results show that the active earth pressure increases with the increasing  $n$ , but approaches to a constant value as  $n$  reaches a threshold of limited width of 0.5.

**Key words** the active earth pressure; limited backfill; soil arching effect; curved slip surface; horizontal differential element method

\* 收稿日期 2019-01-28

基金项目 国家自然科学基金资助项目(51278184, 51678230) National Natural Science Foundation of China(51278184, 51678230)

作者简介 杨明辉(1978—),男,湖南武冈人,湖南大学副教授,博士

† 通讯联系人 E-mail: yamih@hnu.edu.cn

作用于结构物上的土压力计算是岩土工程的经典问题之一,其大小的合理取值是结构物设计的重要依据<sup>[1]</sup>。目前传统的土压力计算大多采用经典朗肯、库仑土压力理论或基于经典理论修正的经验公式<sup>[2]</sup>,但均建立在墙后填土为半无限空间体的基本假定基础上。随着城市建设的发展,很多支挡工程中出现挡墙后填土宽度有限的情况,例如临近既有地下室基坑支护结构、临近基岩面的边坡挡土墙、地铁车站狭窄基坑支护结构等<sup>[3-5]</sup>。此时,经典土压力理论显然并不适用于有限宽度土体的土压力计算,需要寻求更为合理的计算方法。同时,有限宽度挡土墙墙背并非绝对光滑,朗肯土压力理论假定墙背绝对光滑,从而忽略了墙土摩擦力的影响。而墙土间摩擦的存在必将引起土体应力偏转而形成土拱现象<sup>[6]</sup>,从而对土压力的分布产生影响。显然,对于墙后填土为有限宽度情况下,考虑土拱效应及土体宽度的影响对于更合理的计算土压力值十分必要。

目前,已有不少国内外学者将土拱效应成功地应用于土压力计算中,如 Handy<sup>[7]</sup>将土拱定义为小主应力的轨迹,假定两平行粗糙墙间土拱的形状为悬链线,经过严密数学推导后得到墙后土压力分布;Paik 等<sup>[8]</sup>将土拱曲线简化为圆弧曲线形状,分别以挡土墙面和朗肯滑裂面作为两端拱脚,从而导出考虑土拱效应的刚性挡土墙主动土压力计算公式;尹志强等<sup>[9]</sup>以黏性填土的单排支护桩为研究对象,借鉴并改进了挡土墙的主应力偏转理论,推导出了黏性填土排桩桩后土压力的解析式,且认为土拱效应主要影响桩体  $H/3$  深度以下部分,使该部分土压力减小,且越靠近桩底,减小速率越大;刘洋等<sup>[10]</sup>考虑条间剪切应力的影响,通过对滑动土体中二维微分单元的受力分析建立平衡微分方程,推导出土拱曲线的解析表达式,在此基础上提出一个实用的土压力计算公式。

同时,针对墙后有限土体土压力计算的研究也取得了众多研究成果。如 Greco V<sup>[11-12]</sup>针对无黏性土填土的有限宽度挡墙,提出多折线的土体破坏模式,采用极限平衡法推导出有限宽度土体土压力的计算公式;Frydman 等<sup>[13]</sup>通过离心机试验模拟了临近基岩面的刚性挡土墙,推导出谷仓土压力公式用以计算临近基岩面挡土墙的无黏性土静止和主动土压力;Fan 等<sup>[14]</sup>采用有限元研究了临近倾斜基岩面刚性挡土墙上主动土压力的分布;应宏伟等<sup>[15]</sup>对不同宽度的深基坑进行数值模拟,提出了考虑基坑宽度影响的基坑坑底抗隆起稳定分析模式,并修正了狭窄基

坑被动侧的被动土压力系数;刘忠玉<sup>[16]</sup>以墙背和稳定岩质坡面间为有限无黏性填土的刚性挡土墙为研究对象,假定在平面应变条件下,墙体破坏模式为直线形或折线形滑裂面,考虑滑动土楔内水平土层间存在的平均剪应力,得到非线性分布的主动土压力表达式。但以上研究基本前提仍假定土体破坏为直线破坏模式,而很多研究均表明墙后土体的滑裂面将会是曲面<sup>[17-18]</sup>。杨明辉等<sup>[19]</sup>开展了刚性挡墙三种不同变位模式情况下墙后有限宽度土体破坏试验,得到了墙后填土宽度较小情况下的土体破坏模式,并提出了墙体平动变位模式下土体曲线滑裂面为对数螺旋线的结论<sup>[20-21]</sup>。

综上,虽然墙后有限土体土压力计算在试验和理论计算方面已有不少研究,但缺乏对于此种情况下挡墙后土体土拱效应的分析。因此,为更合理地计算土压力的分布情况,本文通过解析方法,将对土拱效应的分析运用到墙后有限宽度土体的土压力计算问题中,并针对具体的土体曲线破坏面模式,提出在曲线破坏模式下相应的主动土压力计算方法,并深入讨论土体有限宽度的界定方法,以供相关工程设计参考。

## 1 墙后有限宽度土体情况土拱效应

众所周知,当墙体产生背离土体方向位移时,墙后变形土体将与稳定土体产生剪切摩擦,从而使变形土体承受的土压力转移至周围稳定土体区域,形成土拱。在挡土墙问题中,若墙背非绝对光滑,墙土摩擦以及变形土体与稳定土体之间的摩擦必将引起土体应力偏转,土拱效应是客观存在的<sup>[6]</sup>。而对于墙后土体宽度狭窄时,由于墙体的侧向挤压作用更易形成土拱,从而对土压力的分布产生影响。因此,将土拱理论应用到有限宽度土体土压力计算问题中进行分析更为合理。

### 1.1 应力状态分析

Terzaghi 通过活动门试验证明了土拱效应,并将其定义为土压力从屈服区域转移到邻近静止区域的现象。

墙体与已有建筑物地下墙之间有限土体受力的应力偏转如图 1(a)所示。为简便起见,设土体为无黏性土,土体重度为  $\gamma$ ,内摩擦角为  $\varphi$ ,墙土摩擦角为  $\delta$ ,变形土体达到主动极限应力状态时,墙土摩擦力充分发挥。当挡土墙为静止状态、挡土墙和填土的沉降相等时,墙土之间无摩擦,则填土中的微分单元体

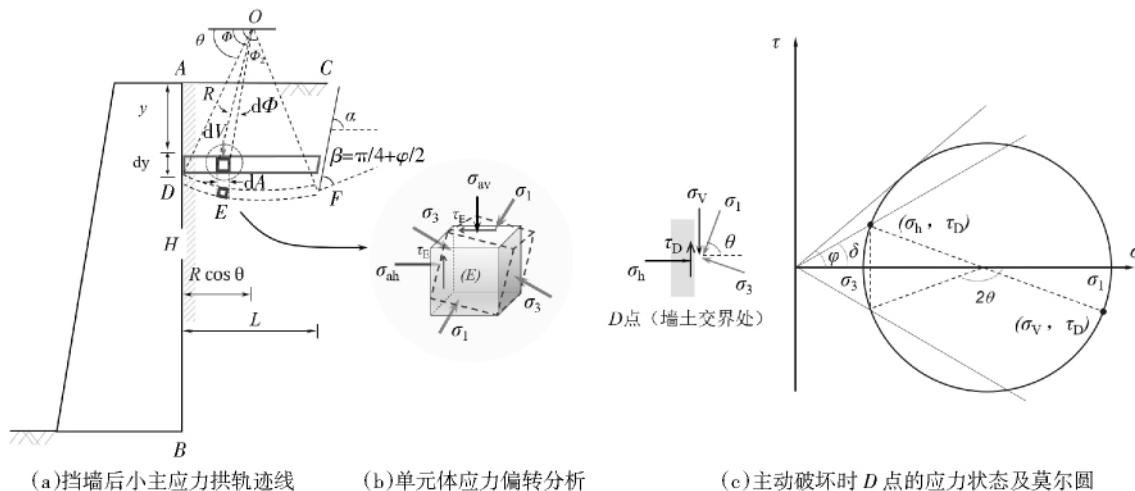


图 1 有限宽度土体土拱效应分析  
Fig.1 Analysis of soil arching effect in finite width soil

之大小主应力分别为竖直方向和水平方向.

随着支护结构的侧移,土体逐渐出现竖向变形,墙土及土体内部剪切滑裂面摩擦力逐渐发挥作用,直至其墙后土体处于极限平衡状态时.此时,假定有限土体产生足够的竖向变形,墙土摩擦力充分发挥,根据土拱原理,墙体相邻土体的微元之大小主应力由于受到剪切力的影响,主应力发生旋转,其主应力的方向与竖直或水平方向出现一个夹角,变形区的土体将产生应力偏转.支护结构AB与剪切滑裂面BC之间土体达到塑性平衡状态,DF之间各点的小主应力轨迹将形成一条连续的拱曲线,这时的小主应力轨迹线为一条下凸曲线.

## 1.2 应力偏转角

支护结构所承受土压力即为墙后土体水平向的侧向压力,因此土压力计算的关键在于求解支护结构之后土体的水平方向应力,但此时由于应力偏转,水平向应力已不是最小主应力,所以首先得求出应力偏转角.

如图 1(a)所示,高度H的挡墙后土体达到主动极限平衡形成土拱.在距填土表面y处取宽dy的水平向土条,长度L.为简化计算,采用与Paik等<sup>[8]</sup>相同的圆弧拱,圆弧拱的圆心位于图中的O点,半径为R,作用在水平微单元体上的大主应力正交于虚线表示的土拱迹线,而虚线表示的土拱线即是小主应力轨迹.圆弧拱起始点D和圆心O连线与水平方向成角θ,滑裂面上任意一点处的切线与水平方向夹角为α.如果墙面光滑,此时不能形成土拱效应,圆心O将位于无限远处.在未变形前的土条中E点取宽度dA的微单元,该单元所受竖向合力dV,该点变形后和

圆心O的连线与水平方向夹角Φ.

图 1(a)中D点主动破坏时的Mohr应力圆如图1(c)所示,σ<sub>v</sub>是主动破坏时D点的竖向应力,σ<sub>h</sub>是主动破坏时D点的侧向应力,墙土界面处土体所受摩擦力τ<sub>D</sub>方向向上.从图中的几何关系可以得到D点的应力关系,主动破坏时:

$$\sigma_h = \sigma_1 \cos^2 \theta + \sigma_3 \sin^2 \theta \quad (1)$$

$$\tau_D = (\sigma_1 - \sigma_3) \sin \theta + \cos \theta \quad (2)$$

$$\sigma_v = \sigma_1 \sin^2 \theta + \sigma_3 \cos^2 \theta \quad (3)$$

无论土体主动、被动极限平衡时,都有大小主应力比值E为:

$$E = \sigma_1 / \sigma_3 = \tan^2 \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) \quad (4)$$

式中φ是墙后土体内摩擦角.

由式(1)可得,在圆弧拱的D点有:

$$\frac{\sigma_h}{\sigma_1} = \cos^2 \theta + \frac{1}{N} \sin^2 \theta \quad (5)$$

同理可得E点主动破坏时:

$$\sigma_{ah}/\sigma_1 = \cos^2 \Phi + \sin^2 \Phi/E \quad (6)$$

$$\sigma_{av}/\sigma_1 = \sin^2 \Phi + \cos^2 \Phi/E \quad (7)$$

其中墙土间摩擦力的关系如下:

$$\tau_D = \sigma_h \cdot \tan \delta = (\sigma_1 - \sigma_h) \tan \theta \quad (8)$$

式中δ是墙土界面摩擦角,则有:

$$\tan \theta = \sigma_h \cdot \tan \delta / (\sigma_1 - \sigma_h) \quad (9)$$

式(9)右端分子分母同除以σ<sub>1</sub>,将式(1)代入式(9)得:

$$\tan \theta = \frac{E \tan^2 \theta + 1}{E - 1} \cdot \tan \delta \quad (10)$$

解得主动破坏时的偏转角θ:

$$\theta = \arctan \frac{(E-1) \pm \sqrt{(E-1)^2 - 4E \cdot \tan^2 \delta}}{2 \cdot \tan \delta} \quad (11)$$

如图 1(a)所示,由于墙土摩擦角的作用,墙背 D 点的主应力方向已逐渐发生偏转,作用在墙背的水平向应力已经不再是小主应力。在挡墙任意深度  $y$  处 D、F 两点的小主应力轨迹形成了一条圆弧拱曲线,即为小主应力拱。在破裂面上,由极限平衡条件可知大主应力作用面与破裂面切线的夹角为  $\beta = \pi/4 + \varphi/2$ 。

## 2 主动土压力计算

### 2.1 墙后土体滑裂面方程

在墙后有限宽度土体的情况下,已有室内模型试验表明<sup>[18]</sup>,当挡土墙在平动模式下背离填土方向达到主动极限平衡状态时,墙后有限宽度无黏土的滑裂面曲线为一条通过墙趾的对数螺旋线,滑裂面方程为:

$$r(\theta) = r_0 \exp[(\theta - \theta_0) \tan \varphi] \quad (12)$$

因此,本文以该土体曲线滑裂面为例,对土压力分布进行求解。在图 2 所示的极坐标系中,墙后填土产生的对数螺旋滑裂面方程直角坐标为:

$$\begin{cases} x = r_0 \exp[(\theta - \theta_0) \tan \varphi] \cos \theta \\ y = r_0 \exp[(\theta - \theta_0) \tan \varphi] \sin \theta \end{cases} \quad (13)$$

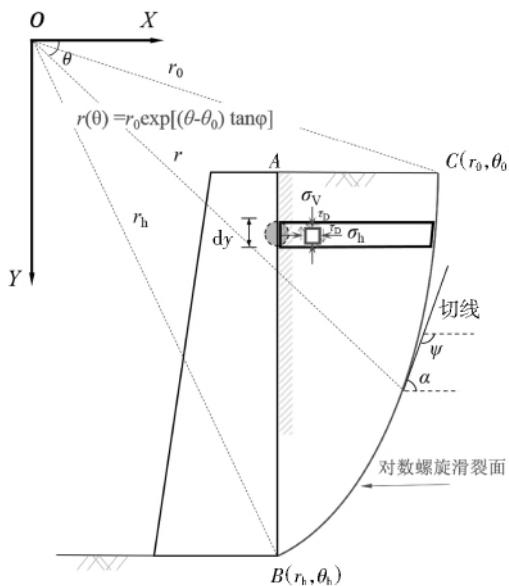


图 2 对数螺旋滑裂面坐标系

Fig.2 Logarithmic spiral slipping surface coordinate system

设对数螺旋线上某一点的斜率为  $k$ ,切角为  $\psi$ ,则有:

$$k = \tan \psi = dy/dx = 1/\tan(\varphi - \theta) \quad (14)$$

$$\text{则 } \psi = \frac{\pi}{2} + \theta - \varphi \quad \alpha = \pi - \psi = \frac{\pi}{2} + \varphi - \theta.$$

式中  $\alpha$  为滑裂面上任意一点切线与水平方向夹角。

在图 1(a)中  $F$  点大主应力与水平方向的夹角  $\phi_2$  可由式(15)求得:

$$\phi_2 = \frac{\pi}{2} - \beta + \alpha = \frac{3\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} - \theta \quad (15)$$

### 2.2 主动侧向土压力系数

在得出墙后土体的滑裂面形状后,即可对墙后土体的土压力分布进行分析。

由图 1(a)可知,小主应力轨迹线上任意一点  $E$  所受到的竖向力  $dV$  为:

$$dV = \sigma_{av} dA = \sigma_i (\sin^2 \phi + \frac{1}{N} \cos^2 \phi) R \sin \phi d\phi \quad (16)$$

式中  $R$  为任意深度  $y$  处的小主应力圆弧拱半径,如图 1(a)所示,可用该深度处土体宽度  $L$  表示为:

$$R = \frac{L}{(\cos \theta - \cos \phi_2)} \quad (17)$$

由式(15)、(16)、(17)可得  $y$  深度处微分单元的平均竖向应力为:

$$\bar{\sigma}_v = \frac{V}{L} = \frac{1}{L} \int_{\theta}^{\phi_2} dV = \sigma_i \left[ 1 - \frac{N-1}{3N} (\cos \theta + \cos \phi_2 + \cos \theta \cos \phi_2) \right] \quad (18)$$

式中  $V$  为  $y$  深度处微分单元所受的总竖向力。

由式(6)和式(18)可得到侧向主动土压力系数为:

$$K_a = \frac{\sigma_h}{\bar{\sigma}_v} = \frac{3(N \cos^2 \theta + \sin^2 \theta)}{3N - (N-1)(\cos^2 \theta + \cos^2 \phi_2 + \cos \theta \cos \phi_2)} \quad (19)$$

### 2.3 主动土压力合力及其分布

在距滑楔体表面  $y$  处取一厚度为  $dy$  的水平微分单元  $abcd$ ,水平微分单元的受力如图 3 所示。 $\bar{\sigma}_v$  为作用于水平微分单元顶面的平均竖向应力  $\bar{\sigma}_v + d\bar{\sigma}$ , $\bar{\sigma}_v$  为作用于水平微分单元底面的平均竖向应力。 $\sigma_h$  为挡土墙的水平反力。 $\tau_D$  为作用在挡土墙上墙土摩擦力。 $\sigma_n$  为不动土体对滑楔体在垂直于破裂面上的反力。 $\tau_f$  为不动土体对滑楔体的摩擦力。 $dW$  为水平微分单元自重。当  $dy$  足够小时  $bd$  可近似为直线。 $\alpha$  为水平微分单元破裂面与水平面的夹角,易得:

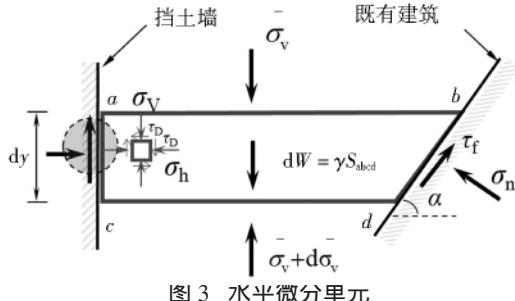


Fig.3 The horizontal differential element

$$\begin{cases} \tau_D = \sigma_h \tan \delta \\ \tau_f = \sigma_n \tan \varphi \end{cases} \quad (20)$$

水平微分单元上表面长度：

$$ab = r_0 \exp[(\theta - \theta_0) \tan \varphi] \cos \theta - r_0 \exp[(\theta_h - \theta_0) \tan \varphi] \cos \theta_h \quad (21)$$

水平微分单元下表面长度：

$$cd = ab - dy \cot \alpha = ab - dy \tan(\theta - \varphi) \quad (22)$$

则由式(21)、(22)可得水平微分单元的自重为：

$$dW = \gamma \frac{(ab+cd)}{2} dy = \gamma ab dy \quad (\text{略去二阶微量}) \quad (23)$$

由微分单元水平方向上力的平衡条件可得：

$$\sigma_h dy + \tau_f dy \cot \alpha - \sigma_n dy = 0 \quad (24)$$

即

$$\sigma_h + \tau_f \tan(\theta - \varphi) - \sigma_n = 0 \quad (25)$$

由微分单元竖直方向力的平衡条件可得：

$$\bar{\sigma}_v ab + dW - (\bar{\sigma}_v + d\bar{\sigma}_v) cd - \tau_D dy - \tau_f dy - \sigma_n dy \cot \alpha = 0 \quad (26)$$

将  $ab$ 、 $cd$ 、 $dW$ 、 $\alpha$  代入式(26)并略去二阶微量可得：

$$\frac{d\bar{\sigma}_v}{dy} = \gamma + \frac{1}{ab}.$$

$$[\bar{\sigma}_v \tan(\theta - \varphi) - \tau_w - \tau_f - \sigma_n \tan(\theta - \varphi)] \quad (27)$$

联立式(20)、(21)、(27)可得到求解微分单元平均竖向应力  $\bar{\sigma}_v$  的基本方程为：

$$\frac{d\bar{\sigma}_v}{dy} = \gamma + A \bar{\sigma}_v \quad (28)$$

式中:  $A = \frac{\tan(\theta - \varphi) - K_a(\tan \delta + \tan \theta)}{ab}$ .解微分方程 并结合边界条件  $y=r_0 \sin \theta_0$  时  $\bar{\sigma}_v=0$ .

则微分单元的平均竖向应力为：

$$\bar{\sigma}_v = \frac{\gamma}{A} (e^{AyB} - 1) \quad (29)$$

式中  $B = \frac{1}{e^{Ar_0 \sin \theta_0}}$ .

由此可得主动土压力强度分布方程为：

$$\sigma_h = K_a \bar{\sigma}_v = K_a \frac{\gamma}{A} (e^{AyB} - 1) \quad (30)$$

则挡土墙土压力合力为：

$$E_a = \frac{\int_{y_1}^{y_2} \sigma_h dy}{\cos \delta} \quad (31)$$

而挡土墙土压力合力作用点至墙踵的距离为：

$$d = y_2 - \frac{\int_{y_1}^{y_2} y \sigma_h dy}{E_a \cos \delta} \quad (32)$$

式中  $y_1 = r_0 \sin \theta_0$   $y_2 = r_h \sin \theta_h = r_0 \exp [(\theta_h - \theta_0) \tan \varphi]$   $\sin \theta_h$ .

根据图 1(a)的几何关系得到：

$$r_0 = \frac{H}{\exp[(\theta_h - \theta_0) \tan \varphi] \sin \theta_h - \sin \theta_0} \quad (33)$$

填土宽高比为：

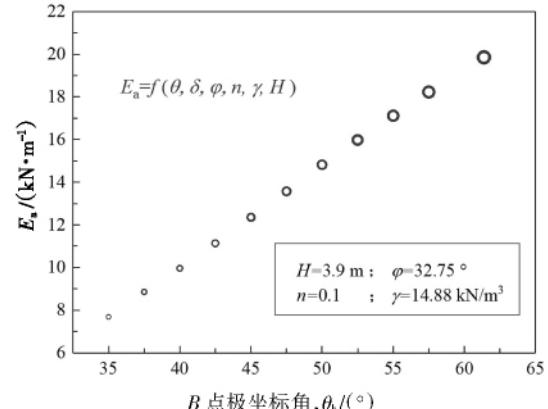
$$n = \frac{\cos \theta_0 - \exp[(\theta_h - \theta_0) \tan \varphi] \cos \theta_h}{\exp[(\theta_h - \theta_0) \tan \varphi] \sin \theta_h - \sin \theta_0} \quad (34)$$

将式(33)、(34)代入式(31)得：

$$E_a = f(\theta_h, \delta, \varphi, n, \gamma, H) \quad (35)$$

上式即为墙后有限宽度土体情况下土压力的隐式表达式. 由上式可见  $E_a$  值与  $\delta, \varphi, \gamma, n, H$  以及  $\theta_h$  相关, 但其中仅  $\theta_h$  未知. 由对数螺旋方程性质可知：

$$\theta_h = \frac{\pi}{2} + \varphi - \theta_B \quad (36)$$

式中  $\theta_B$  为墙踵处滑裂面切线与水平方向的夹角.由文献[19]试验现象 3 可知 土体破坏线始终位于库仑破坏线内侧, 同时破坏线的破坏角  $\theta_B$  始终大于库仑剪切破坏角  $\theta_{cr}$ , 即  $\theta_B > \theta_{cr}$ . 且当墙后填土为有限宽度时, 二者的差距更大, 这与文献[22]的结论一致. 故由式(36)可知  $\theta_h < \pi/2 + \varphi - \theta_{cr} = \pi/4 + \varphi/2$ .  $\theta_h$  的取值将小于  $\pi/4 + \varphi/2$ . 图 4 为  $E_a$  随  $\theta_h$  的变化曲线 ( $n=0.1$ ), 由图可见, 二者为单调递增函数. 所以  $\theta_h$  取  $\pi/4+\varphi/2$  时求得的  $E_a$  是偏于安全的, 可供设计时参考.图 4 主动土压力  $E_a$  与  $\theta_h$  的关系曲线Fig.4 The curve of the relationship between  $E_a$  and  $\theta_h$

由此可得到土体的主动土压力强度分布 ,与笔者的室内模型试验数据<sup>[19]</sup>对比 ,如图 5 所示.当墙后填土为有限宽度时 ,挡墙上水平土压力强度呈非线性鼓形分布 ,可见理论计算与试验结果<sup>[19]</sup>非常吻合.

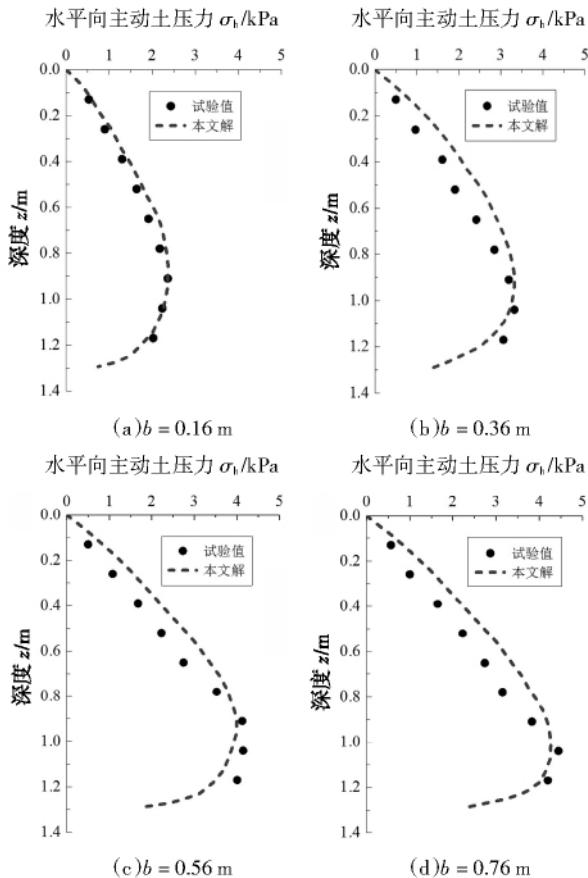


图 5 主动土压力侧向力沿深度的分布与试验值<sup>[19]</sup>对比

Fig.5 The comparison between distribution of lateral force of active earth pressure along depth and tested value

### 3 前人方法比较

#### 3.1 Frydman 和 Keissar<sup>[13]</sup>的模型试验

在 Frydman 和 Keissar<sup>[13]</sup>的离心机模型试验中 ,墙背和岩面竖直 ,无黏性填料的最大和最小干密度分别为  $1.64 \text{ g/cm}^3$  和  $1.40 \text{ g/cm}^3$  ,填料的相对密实度为 70% ,内摩擦角  $\varphi = 36^\circ$  ,填料与铝制挡土墙之间的摩擦角  $\delta_1 = 22^\circ \sim 25^\circ$  ,与模型箱之间的摩擦角  $\delta_2 = 30^\circ$  测得的主动土压力试验值见图 6.

Frydman 等<sup>[13]</sup>将 Janssen<sup>[23]</sup>的谷仓侧向压力计算公式在应用于计算极限土压力时对其中的侧压力系数进行修正 取  $\varphi = 36^\circ$  对试验结果按其修正公式进行了模拟 ,其结果如图 6 所示.图中为填土宽度  $b = 1 \text{ m}$  时的本文解、Frydman 修正解、Coulomb 解以及离

心试验数据的对比. 虽然试验点比较离散 ,但本文解与 Frydman 修正解的计算结果吻合较好 ,基本上可描述主动土压力与深度的关系. 对比两者可以发现 ,本文计算的土压力值大于 Frydman 的修正值 ,可能的原因是计算土压力值采用的是  $\theta_h$  取  $\pi/4 + \varphi/2$  时的假设 ,故本文求得的土压力值是偏于安全的. 随着深度( $y/b$ )增加至约 6.3 处 ,本文计算的土压力值开始出现小于 Frydman 修正理论值的趋势.

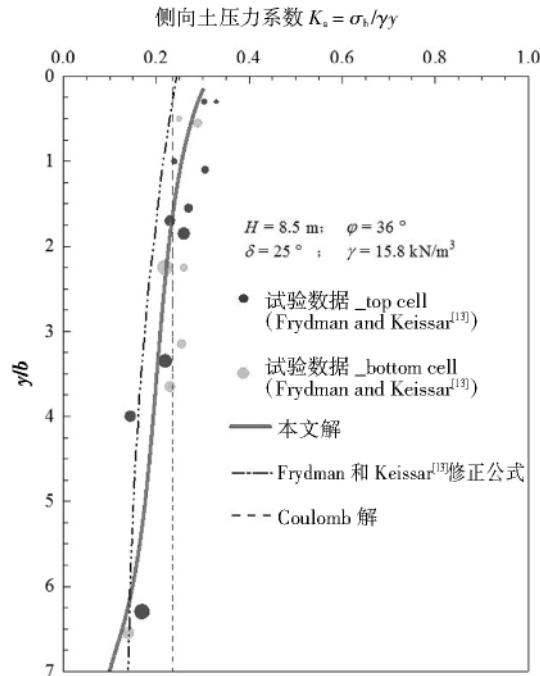


图 6 侧向压力系数沿归一化深度的变化

Fig.6 Variation of lateral pressure coefficient along normalized depth

#### 3.2 Take 和 Valsangkar<sup>[24]</sup>的模型试验

Take 和 Valsangkar<sup>[24]</sup>的离心机模型试验描述的是墙背和岩面都竖直的工况. 无黏性填料的最大和最小干密度分别为  $1.62 \text{ g/cm}^3$  和  $1.34 \text{ g/cm}^3$  ,填料的相对密实度为 79% ,峰值和临界状态对应的内摩擦角分别为  $36^\circ$  和  $29^\circ$  ,填料与铝制挡土墙之间摩擦角的峰值和临界值分别为  $25^\circ$  和  $23^\circ$  ,试验加速度为  $35.7g$  ( $g$  为重力加速度) 这样高度为 140 mm 的模型挡土墙相当于 5 m 高的原型墙. 填土宽度分别取  $L = 15 \text{ mm}, 38 \text{ mm}$  相当于填土宽度  $b = 0.53 \text{ m}, 1.36 \text{ m}$  测得的土压力值见图 7. 这里取  $\varphi = 29^\circ, \delta = 23^\circ$  按本文理论解进行了模拟 ,由图可知 ,试验结果与 Take 和 Valsangkar<sup>[24]</sup>的离心机模型试验结果比较接近.

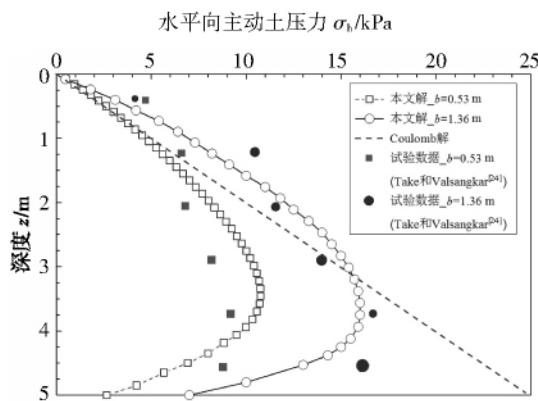


图 7 本文解与 Take 和 Valsangkar<sup>[24]</sup>实测值对比  
Fig.7 Comparison between experimental results of Take and Valsangkar<sup>[24]</sup> and theoretical predictions

## 4 有限宽度土体的临界宽高比

### 4.1 宽高比临界值

墙后有限宽度土体的问题早已引起众多学者的关注，但有限宽度与无限宽度的界定一直缺乏较准确合理的取值。大多学者根据库仑土压力理论计算的宽度作为临界值，但由于库仑土压力的直线破裂面假设的缺陷，该值并不准确。为此，本文采用逐渐逼近的方法，深入探讨了临界值问题。具体方法为：填土宽高比  $n$  取值由小逐渐变大，分别求出对应的土压力强度分布，当土压力强度趋于稳定时，对应的宽高比为临界宽高比，相应的土压力值为无限填土的土压力值。

取基本参数如下：挡土墙高度  $H = 1.3 \text{ m}$ ，填土重度  $\gamma = 14.58 \text{ kN/m}^3$ ，内摩擦角  $\varphi = 32.75^\circ$ ， $\delta = 21.83^\circ$ ，填土表面水平，宽高比  $n$  取值从 0.1 至 0.6，间隔为 0.1，计算结果如图 8(a)所示。

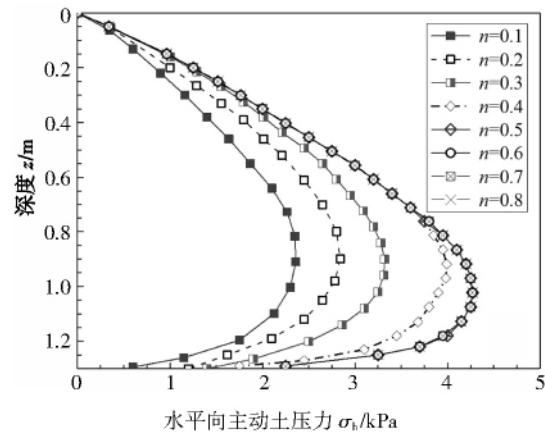
由图可知，随着填土宽高比的增大，主动土压值逐渐增大，且增大幅度越来越小，当填土宽高比  $n \geq 0.5$  时，主动土压力值基本保持不变，此时即为有限宽度填土和无限宽度的临界值。若根据库仑土压力理论，得出临界填土宽高比  $n_{cr} = 0.67$ ，可见经典的库仑土压力理论夸大了土体破坏宽度。

### 4.2 有限宽度临界值的参数分析

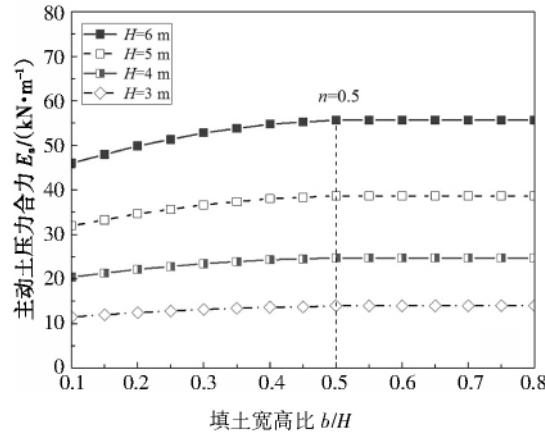
图 8(b)是在不同的挡墙高度  $H$  下主动土压力  $E_a$  随着宽高比  $n$  的变化曲线。参数假定为：内摩擦角  $\varphi = 32.75^\circ$ ，墙土摩擦角  $\delta = \varphi$ ，填土重度  $\gamma = 14.88 \text{ kN/m}^3$ ，挡土墙高度分别为  $H = 3 \text{ m}, 4 \text{ m}, 5 \text{ m}, 6 \text{ m}$ ，宽

高比  $n$  的变化范围为 0.1~0.8。由图可知，随着挡土墙高度的增大，主动土压力值显著增大。在不同的挡土墙高度下，主动土压力值随宽高比的变化均呈先单调递增，但变化幅度不明显，之后趋于稳定的土压力值。主动土压力值基本保持不变时的宽高比为  $n = 0.5$ ，即为有限宽度临界值。

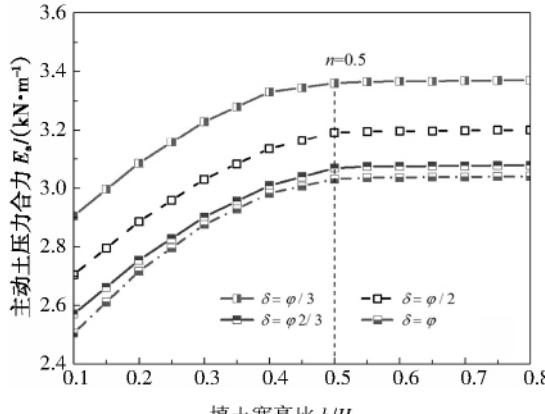
图 8(c)是在不同的墙土摩擦角  $\delta$  下主动土压力  $E_a$  随着宽高比  $n$  的变化曲线。参数假定为：挡土墙高度  $H = 1.4 \text{ m}$ ，内摩擦角  $\varphi = 32.75^\circ$ ，填土重度  $\gamma = 14.88 \text{ kN/m}^3$ ，



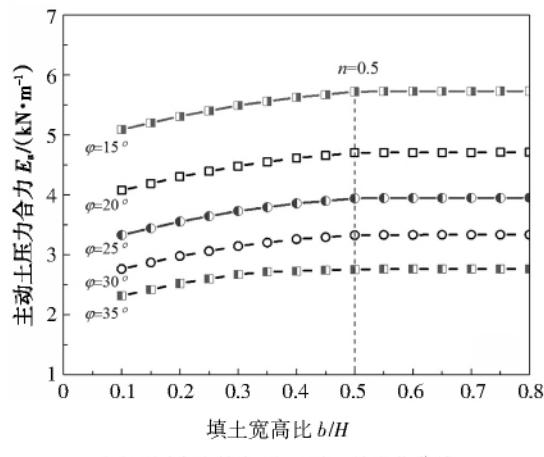
(a)水平向主动土压力  $\sigma_h$  随  $n$  的变化



(b)不同挡墙高度下  $E_a$  随  $n$  的变化曲线



(c)不同墙土摩擦角下  $E_a$  随  $n$  的变化曲线

(d) 不同内摩擦角下  $E_a$  随  $n$  的变化曲线图 8 不同参数情况下主动土压力  $E_a$  随  $n$  的变化Fig.8 Variation of active earth pressure  $E_a$  with  $n$  under different situations

墙土摩擦角分别为  $\delta = \varphi/3$ 、 $\delta = \varphi/2$ 、 $\delta = \varphi 2/3$ 、 $\delta = \varphi$ ，宽高比  $n$  的变化范围为 0.1~0.8。由图可知，随着墙土摩擦角的增大，主动土压力值显著减小。在不同的墙土摩擦角下，主动土压力值随宽高比的变化均呈先单调递增，后趋于稳定的土压力值。主动土压力值基本保持不变时的宽高比为  $n = 0.5$ ，即为有限宽度临界值。

图 8(d)是在不同的内摩擦角  $\varphi$  下主动土压力  $E_a$  随着宽高比  $n$  的变化曲线。参数假定为：挡土墙高度  $H = 1.4$  m，墙土摩擦角  $\delta = \varphi$ ，填土重度  $\gamma = 14.88$  kN/m<sup>3</sup>，填土内摩擦角分别为  $\varphi = 15^\circ, 20^\circ, 25^\circ, 30^\circ, 35^\circ$ ，宽高比  $n$  的变化范围为 0.1~0.8。由图可知，随着内摩擦角的增大，主动土压力值显著减小。在不同内摩擦角下，主动土压力值随宽高比的变化均呈先单调递增，后趋于稳定的土压力值。主动土压力值基本保持不变时的宽高比为  $n = 0.5$ ，即为有限宽度临界值。

## 5 结 论

本文基于室内试验结果及解析方法，对墙后有限宽度填土情况下无黏性土的曲线滑裂面破坏模式进行了深入研究，并在此基础上，对土压力的分布进行了求解。得出主要结论如下：

1) 考虑墙土间摩擦力对墙后填土土压力的影响，通过对墙后填土应力的分析，解释了墙后有限宽

度土体在主动极限状态下主应力偏转现象及土拱的形成机理，并导得应力偏转角表达式；

2) 针对无黏性土体，基于刚性挡墙平动变位模式下有限宽度土体土压力试验关于对数螺旋滑裂面的结果，假定小主应力轨迹为圆弧拱，结合水平微分单元法，推导得到了墙后有限宽度土体平动模式下主动土压力的表达式，与试验结果及前人方法的对比证明了本文方法的合理性；

3) 基于土压力值随填土宽高比的变化规律，提出了墙后填土有限宽度临界值的界定方法，该方法相比由库仑土压力理论得出的界定值有一定的合理性。

## 参 考 文 献

- [1] GB50007—2002 建筑地基基础设计规范 [S]. 北京：中国建筑工业出版社，2002: 31—33.
- [2] GB50007—2002 Code for design of building foundation [S]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2002: 31—33. (In Chinese)
- [3] 龚晓南. 土力学 [M]. 北京：中国建筑工业出版社，2002: 135—176.
- [4] GONG X N. Soil mechanics [M]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2002: 135—176. (In Chinese)
- [5] 杨超伟 赵明华. 高陡横坡段桩柱式桥梁双桩基础受力分析 [J]. 湖南大学学报(自然科学版), 2018, 45(3): 129—135.
- [6] YANG C W ZHAO M H. Force analysis of bridge double-piles foundation in high and steep cross slopes [J]. Journal of Hunan University(Natural Sciences), 2018, 45(3): 129—135. (In Chinese)
- [7] 肖南 高晓军. 浅谈有限范围填土土压力的计算 [J]. 岩土工程技术, 2009, 12(12): 45—47.
- [8] XIAO N, GAO X J. A brief talk on the calculation of earth pressure of finite range filling [J]. Mineral Exploration, 2009, 12(12): 45—47. (In Chinese)
- [9] 蒋冲，李天斌. 排桩支护明挖隧道基坑桩侧极限抗力系数研究 [J]. 湖南大学学报(自然科学版), 2018, 45(7): 111—116.
- [10] JIANG C, LI T B. Study on pile side resistance limit coefficient of row pile supported ming dig tunnel excavation foundation pit [J]. Journal of Hunan University (Natural Sciences), 2018, 45(7): 111—116. (In Chinese)
- [11] TERZAGHI K. Large retaining wall tests —pressure of dry sand [J]. News Record, 1936, 112(1): 136—140.
- [12] HANDY R L. The arch in soil arching [J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1985, 111(3): 302—318.
- [13] PAIK K H, SALGADO R. Estimation of active earth pressure against rigid retaining walls considering arching effect [J]. Geotechnique, 1994, 44(2): 131—140.

- 2003, 53(7): 643—653.
- [9] 尹志强,余成学,姚海林.考虑土拱效应的黏性填土排桩后土压力研究[J].岩土力学,2018,39(S1):140—148.  
YIN Z Q, SHE C X, YAO H L. Research on earth pressure behind row piles from clayey backfill considering soil arching effect [J]. Rock and Soil Mechanics, 2018, 39(S1): 140—148. (In Chinese)
- [10] 刘洋,于鹏强.刚性挡土墙平移模式的土拱形状与主动土压力分析[J].岩土力学,2019,40(2):506—516.  
LIU Y, YU P Q. Analysis of soil arch and active earth pressure on translating rigid retaining walls [J]. Rock and Soil Mechanics, 2019, 40(2): 506—516. (In Chinese)
- [11] GRECO V. Active thrust on retaining walls of narrow backfill width [J]. Computers and Geotechnics, 2013, 50: 66—78.
- [12] GRECO V. Analytical solution of seismic pseudo-static active thrust acting on fascia retaining walls [J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2014, 57: 25—36.
- [13] FRYDMAN S, KEISSAR I. Earth pressures on retaining walls near rock faces [J]. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 1987, 113(6): 586—599.
- [14] FAN C H, FANG Y S. Numerical solution of active earth pressures on rigid retaining walls built near rock faces [J]. Computers and Geotechnics, 2010, 37: 1023—1029.
- [15] 应宏伟,王小刚,张金红.考虑基坑宽度影响的基坑抗隆起稳定性分析[J].工程力学,2018,35(5):127—133.  
YING H W, WANG X G, ZHANG J H. Analysis on heave-resistant stability considering the effect of excavation width [J]. Engineering Mechanics, 2018, 35(5): 127—133. (In Chinese)
- [16] 刘忠玉.有限无黏性填土刚性挡土墙主动土压力计算[J].中国公路学报,2018,31(2):154—164.  
LIU Z Y. Active earth pressure calculation of rigid retaining walls with limited granular backfill space [J]. China Journal of Highway and Transport, 2018, 31(2): 154—164. (In Chinese)
- [17] 周应英,任美龙.刚性挡土墙后主动土压力的试验研究[J].岩土工程学报,1990,12(2):19—26.
- ZHOU Y Y, REN M L. Experimental study of the active earth pressure on rigid retaining wall [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1990, 12(2): 19—26. (In Chinese)
- [18] TERZAGHI K. Theoretical soil mechanics [M]. New York: Wiley, 1943: 118—122.
- [19] 杨明辉,戴夏斌,赵明华.曲线滑裂面下有限宽度填土主动土压力计算[J].岩土力学,2017,38(7):2029—2035.  
YANG M H, DAI X B, ZHAO M H. Calculation of active earth pressure for limited soils with curved sliding surface [J]. Rock and Soil Mechanics, 2017, 38(7): 2029—2035. (In Chinese)
- [20] 王奎华,马少俊.挡土墙后曲面滑裂面下黏性土主动土压力计算[J].西南交通大学学报,2011,46(5):732—738.  
WANG K H, MA S J. Active earth pressure of cohesive soil backfill on retarding wall with curved sliding surface [J]. Journal Southwest Jiaotong University, 2011, 46(5): 732—738. (In Chinese)
- [21] 陈建功,周廷强.柔性支护结构主动土压力的变分计算方法研究[J].岩土力学,2016,37(12):3365—3370.  
CHEN J G, ZHOU T Q. A variational method for calculating the active earth pressure on a flexible retaining wall [J]. Rock and Soil Mechanics, 2016, 37(12): 3365—3370. (In Chinese)
- [22] 马平,秦四清,钱海涛.有限土体主动土压力计算[J].岩石力学与工程学报,2008,27(S1):3070—3074.  
MA P, QIN S Q, QIAN H T. Calculation of active earth pressure for limited soils [J]. Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2008, 27(S1): 3070—3074. (In Chinese)
- [23] 克列因.散体结构力学[M].陈大鹏,译.北京:人民铁道出版社,1983:67—68.  
KLEIN I K. Bulk structural mechanics [M]. Translated by CHEN Dapeng. Beijing: People's Railway Publishing House, 1983: 67—68. (In Chinese)
- [24] TAKE W A, VALSANGKAR A J. Earth pressures on unyielding retaining walls of narrow backfill width [J]. Journal of Canadian Geotechnical, 2001, 38: 1220—1230.